

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Рыбинский государственный авиационный технический университет
имени П. А. Соловьева»

Отдел аспирантуры
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по науке и инновациям
д-р техн. наук, профессор
Кожина Т.Д.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

ФД.А.02 Основные направления в теории дифференциальных уравнений в частных производных с дробными операторами интегродифференцирования

для аспирантов очной формы обучения специальности

010102 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Виды занятий	Количество часов	Количество зачётных единиц
Лекции	18	0,5
Практические занятия	36	1
Самостоятельная работа	18	0,5
Всего часов	72	2
Форма контроля	зачет	зачет

Рабочую программу составил
кандидат физ.-мат. наук

Башкин М.А.

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики, протокол № ____ от _____ 2011 г.

Зав. кафедрой _____
д-р техн. наук

Рыбинск 2011

Настоящая программа составлена на основании паспорта специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление номенклатуры специальностей научных работников, учебного плана и временных требований к основной образовательной программе послевузовского профессионального образования по отрасли 01.00.00 «Физико-математические науки» (регистрационный номер 01.00.00 ВТ ППО-2002).

Цель изучения дисциплины заключается в том, чтобы дать необходимые математические знания, воспитать математическую культуру и развить навыки математического и логического мышления, способствующие использованию знаний в профессиональной деятельности, подготовка к сдаче кандидатского экзамена

Основные задачи дисциплины: привить способность порождать новые идеи, работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху, к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности, публично представить собственные новые научные результаты.

1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Введение.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются:

знание математики в объеме полного высшего образования,
умение применять полученные знания в области математики,
владение математическим языком.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания вузовского курса математики и формирует основу для сдачи кандидатского экзамена по специальности.

2. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В результате освоения дисциплины обучаемый должен знать:

основные математические понятия, разделы курса и взаимосвязь между ними, основные математические методы,

уметь:

применять полученные знания и математические методы в других дисциплинах и при решении прикладных задач,

владеть:

современным математическим языком, навыками использования основных методов, получения дополнительных знаний и реализация методов с помощью компьютерной техники.

3. Содержание (дидактика) дисциплины.

1. Интегродифференциальные операторы дробного порядка, их обобщения и некоторые приложения в задачах математического моделирования динамических процессов и состояний в различных физических средах.
2. Интегрирование и дифференцирование нецелого порядка. Дробные интегралы и производные Римана – Лиувилля и некоторые их модификации и обобщения: Интегродифференциальные операторы М. Сайго, операторы типа Эрдейи – Кобера, дробное интегродифференцирование функции по другой функции и т.д.
3. Обобщение понятия дробной производной и интеграла на матричный порядок. Дробное интегрирование и дифференцирование функций многих переменных.
4. Интегральные и дифференциальные уравнения с операторами нецелого порядка (функции одной переменной). Постановка задачи Коши. Линейные математические модели вязкоупругого тела с производными дробного порядка: закон Гука, Максвелла и др. Определяющее уравнение Ю.Н.Работнова и модель Р.Л.Торвик – П.Дж.Торвик вязкоупругого типа. Дробное уравнение диффузии, моделирование сплошных сред с памятью и уравнения переноса в средах с фрактальной геометрией. Проблема корректной постановки начальных и начально – краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Нелокальные краевые задачи и нелокальные дифференциальные и интегральные уравнения.
5. Понятие о корректности по Адамару и о нелокальном операторе. Примеры некорректных задач и задачи с нелокальными краевыми условиями, содержащими различные интегродифференциальные операторы нецелого порядка (на примере задач Дарбу и Коши - Гурса для уравнения влагопереноса в специальных случаях). Понятия о нагруженных интегральных и дифференциальных уравнениях. Начально – краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений

гиперболического типа и их связь с нелокальными краевыми задачами для этих же уравнений.

6. Обобщение известных результатов в теории краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными на системы соответствующих уравнений. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и обоснование корректности краевых задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа.
7. Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения. Дробный осциллятор. Смешанная задача для нелокального волнового уравнения. Уравнения параболо – гиперболического типа с нелокальными краевыми условиями и нелокальные параболо – гиперболические уравнения.
8. Дифференциальные уравнения в частных производных с инволютивно отклоняющимися аргументами. Понятие об инволютивном преобразовании. Функциональные и дифференциально – функциональные уравнения относительно функции одной переменной. Проблема корректности задачи Коши.
9. Постановка, решение и обоснование корректности начальных и начально – краевых задач для нелокальных дифференциальных уравнений гиперболического типа с инволютивно преобразованными аргументами и нелокальные постановки корректных задач. Специфика постановки корректных краевых задач для дифференциальных уравнений с инволюциями в аргументах старших производных. Примеры, приложения.

4. Перечень лекций.

№ лекции	Объем, часов лекций	Тема лекции: содержание лекции
1	2	Интегродифференциальные операторы дробного порядка, их обобщения и некоторые приложения в задачах математического моделирования динамических процессов и состояний в различных физических средах.

2	2	Интегрирование и дифференцирование нецелого порядка. Дробные интегралы и производные Римана – Лиувилля и некоторые их модификации и обобщения: Интегродифференциальные операторы М. Сайго, операторы типа Эрдейи – Кобера, дробное интегродифференцирование функции по другой функции и т.д.
3	2	Обобщение понятия дробной производной и интеграла на матричный порядок. Дробное интегрирование и дифференцирование функций многих переменных.
4	2	Интегральные и дифференциальные уравнения с операторами нецелого порядка (функции одной переменной). Постановка задачи Коши. Линейные математические модели вязкоупругого тела с производными дробного порядка: закон Гука, Максвелла и др. Определяющее уравнение Ю.Н.Работнова и модель Р.Л.Торвик – П.Дж.Торвик вязкоупругого типа. Дробное уравнение диффузии, моделирование сплошных сред с памятью и уравнения переноса в средах с фрактальной геометрией. Проблема корректной постановки начальных и начально – краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Нелокальные краевые задачи и нелокальные дифференциальные и интегральные уравнения.
5	2	Понятие о корректности по Адамару и о нелокальном операторе. Примеры некорректных задач и задачи с нелокальными краевыми условиями, содержащими различные интегродифференциальные операторы нецелого порядка (на примере задач Дарбу и Коши - Гурса для уравнения влагопереноса в специальных случаях). Понятия о нагруженных интегральных и дифференциальных уравнениях. Начально – краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического типа и их связь с нелокальными

		краевыми задачами для этих же уравнений.
6	2	Обобщение известных результатов в теории краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными на системы соответствующих уравнений. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и обоснование корректности краевых задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа.
7	2	Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения. Дробный осциллятор. Смешанная задача для нелокального волнового уравнения. Уравнения параболо – гиперболического типа с нелокальными краевыми условиями и нелокальные параболо – гиперболические уравнения.
8	2	Дифференциальные уравнения в частных производных с инволютивно отклоняющимися аргументами. Понятие об инволютивном преобразовании. Функциональные и дифференциально – функциональные уравнения относительно функции одной переменной. Проблема корректности задачи Коши.
9	2	Постановка, решение и обоснование корректности начальных и начально – краевых задач для нелокальных дифференциальных уравнений гиперболического типа с инволютивно преобразованными аргументами и нелокальные постановки корректных задач. Специфика постановки корректных краевых задач для дифференциальных уравнений с инволюциями в аргументах старших производных. Примеры, приложения.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ занятия	Объем, часов пр. занятий	Тема практического занятия (содержание)
1	4	Интегродифференциальные операторы дробного порядка, их обобщения и некоторые приложения в задачах математического моделирования динамических процессов и состояний в различных физических средах.
2	4	Интегрирование и дифференцирование нецелого порядка. Дробные интегралы и производные Римана – Лиувилля и некоторые их модификации и обобщения: Интегродифференциальные операторы М. Сайго, операторы типа Эрдейи – Кобера, дробное интегродифференцирование функции по другой функции и т.д.
3	4	Обобщение понятия дробной производной и интеграла на матричный порядок. Дробное интегрирование и дифференцирование функций многих переменных.
4	4	Интегральные и дифференциальные уравнения с операторами нецелого порядка (функции одной переменной). Постановка задачи Коши. Линейные математические модели вязкоупругого тела с производными дробного порядка: закон Гука, Максвелла и др. Определяющее уравнение Ю.Н.Работнова и модель Р.Л.Торвик – П.Дж.Торвик вязкоупругого типа. Дробное уравнение диффузии, моделирование сплошных сред с памятью и уравнения переноса в средах с фрактальной геометрией. Проблема корректной постановки начальных и начально – краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Нелокальные краевые задачи

		и нелокальные дифференциальные и интегральные уравнения.
5	4	Понятие о корректности по Адамару и о нелокальном операторе. Примеры некорректных задач и задачи с нелокальными краевыми условиями, содержащими различные интегродифференциальные операторы нецелого порядка (на примере задач Дарбу и Коши - Гурса для уравнения влагопереноса в специальных случаях). Понятия о нагруженных интегральных и дифференциальных уравнениях. Начально – краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического типа и их связь с нелокальными краевыми задачами для этих же уравнений.
6	4	Обобщение известных результатов в теории краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными на системы соответствующих уравнений. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и обоснование корректности краевых задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа.
7	4	Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения. Дробный осциллятор. Смешанная задача для нелокального волнового уравнения. Уравнения параболо – гиперболического типа с нелокальными краевыми условиями и нелокальные параболо – гиперболические уравнения.
8	4	Дифференциальные уравнения в частных производных с инволютивно отклоняющимися аргументами. Понятие об инволютивном преобразовании. Функциональные и дифференциально – функциональные уравнения относительно функции одной переменной. Проблема корректности задачи Коши.
9	4	Постановка, решение и обоснование корректности

		<p>начальных и начально – краевых задач для нелокальных дифференциальных уравнений гиперболического типа с инволютивно преобразованными аргументами и нелокальные постановки корректных задач. Специфика постановки корректных краевых задач для дифференциальных уравнений с инволюциями в аргументах старших производных. Примеры, приложения.</p>
--	--	--

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основное пособие:

Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.Н. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

Дополнительная литература:

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. - М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
2. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995. – 301 с.
3. Нахушев А.М. Математические модели вязкоупругого типа // Известия вузов. Сев. – Кавк. регион. Естест. науки. 2000. №3. –С. 107 – 109.
4. Андреев А.А., Огородников Е.Н. Матричные интегродифференциальные операторы и их применение // Вестник Самар. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ. – мат. наук. 1999. –Вып. 7. – С. 27–37.
5. Андреев А.А., Огородников Е.Н. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и решении нелокальных краевых задач для систем уравнений гиперболического типа // Вестник Самар. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ. – мат. наук. 2001. –Вып. 9. – С. 45–53.
6. Еремин А.С., Андреев А.А. Краевая задач для уравнения с матричным интегродифференциальным оператором // Вестник Самар. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ. – мат. наук. 2004. – Вып. 26. –С. 5–10.
7. Огородников Е.Н. Корректность задачи Коши–Гурса для системы вырождающихся нагруженных гиперболических уравнений в некоторых

специальных случаях и ее равносильность задачам с нелокальными краевыми условиями // Вестник Самар. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ. – мат. наук. 2004. – Вып. 26. – С. 26–38.

8. Андреев А.А., Саушкин И.Н. Об аналоге задачи Трикоми для одного модельного уравнения с инволютивным отклонением в бесконечной области // Вестник Самар. госуд. техн. ун-та. Сер.: Физ. – мат. наук. 2005. – Вып. 34. – С. 10–16.

9. Арнольд В.И. - Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1971.

10. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. - Дифференциальные уравнения математической физики. - М.: Изд-во МГТУ, 1996.

11. Петровский И.Г. - Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: Наука, 1961.

12. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. - Дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1985.

13. Шубин М.А. - Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. - М.: Наука, 1978.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ АСПИРАНТАМ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 72 часа, из них 54 часов аудиторных занятий и 18 часов, отведенных на самостоятельную работу.

Рекомендации аспирантам по видам самостоятельной работы приведены в таблице:

Вид работы	Рекомендации
Подготовка к лекции	Знакомство с теоретическим материалом по источникам, указанным в разделе 3
Письменные домашние задания	Выполняются с использованием источников 1,3,5, указанных в разделе 3
Контрольная работа	Подготовка по источникам, указанным в разделе 3
Текущая работа	В соответствии с указаниями и рекомендациями преподавателя

СПИСОК ВОПРОСОВ НА ЭКЗАМЕН

1. Интегродифференциальные операторы дробного порядка, их обобщения и некоторые приложения в задачах математического моделирования динамических процессов и состояний в различных физических средах.
2. Интегрирование и дифференцирование нецелого порядка. Дробные интегралы и производные Римана – Лиувилля и некоторые их модификации и обобщения: Интегродифференциальные операторы М. Сайго, операторы типа Эрдейи – Кобера, дробное интегродифференцирование функции по другой функции и т.д.
3. Обобщение понятия дробной производной и интеграла на матричный порядок. Дробное интегрирование и дифференцирование функций многих переменных.
4. Интегральные и дифференциальные уравнения с операторами нецелого порядка (функции одной переменной). Постановка задачи Коши. Линейные математические модели вязкоупругого тела с производными дробного порядка: закон Гука, Максвелла и др. Определяющее уравнение Ю.Н.Работнова и модель Р.Л.Торвик – П.Дж.Торвик вязкоупругого типа. Дробное уравнение диффузии, моделирование сплошных сред с памятью и уравнения переноса в средах с фрактальной геометрией. Проблема корректной постановки начальных и начально – краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Нелокальные краевые задачи и нелокальные дифференциальные и интегральные уравнения.
5. Понятие о корректности по Адамару и о нелокальном операторе. Примеры некорректных задач и задачи с нелокальными краевыми условиями, содержащими различные интегродифференциальные операторы нецелого порядка (на примере задач Дарбу и Коши - Гурса для уравнения влагопереноса в специальных случаях). Понятия о нагруженных интегральных и дифференциальных уравнениях. Начально – краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического типа и их связь с нелокальными краевыми задачами для этих же уравнений.

6. Обобщение известных результатов в теории краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными на системы соответствующих уравнений. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и обоснование корректности краевых задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа.
7. Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения. Дробный осциллятор. Смешанная задача для нелокального волнового уравнения. Уравнения параболо – гиперболического типа с нелокальными краевыми условиями и нелокальные параболо – гиперболические уравнения.
8. Дифференциальные уравнения в частных производных с инволютивно отклоняющимися аргументами. Понятие об инволютивном преобразовании. Функциональные и дифференциально – функциональные уравнения относительно функции одной переменной. Проблема корректности задачи Коши.
9. Постановка, решение и обоснование корректности начальных и начально – краевых задач для нелокальных дифференциальных уравнений гиперболического типа с инволютивно преобразованными аргументами и нелокальные постановки корректных задач. Специфика постановки корректных краевых задач для дифференциальных уравнений с инволюциями в аргументах старших производных. Примеры, приложения.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ САМОПРОВЕРКИ

1. Приложения интегродифференциальных операторов дробного порядка в задачах математического моделирования динамических процессов и состояний в различных физических средах.
2. Интегрирование и дифференцирование нецелого порядка. Дробные интегралы и производные Римана – Лиувилля и некоторые их модификации и обобщения: Интегродифференциальные операторы М. Сайго, операторы типа Эрдейи – Кобера, дробное интегродифференцирование функции по другой функции и т.д.

3. Дробное интегрирование и дифференцирование функций многих переменных.
4. Интегральные и дифференциальные уравнения с операторами нецелого порядка (функции одной переменной). Постановка задачи Коши. Линейные математические модели вязкоупругого тела с производными дробного порядка: закон Гука, Максвелла и др. Определяющее уравнение Ю.Н.Работнова и модель Р.Л.Торвик – П.Дж.Торвик вязкоупругого типа. Дробное уравнение диффузии, моделирование сплошных сред с памятью и уравнения переноса в средах с фрактальной геометрией. Проблема корректной постановки начальных и начально – краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Нелокальные краевые задачи и нелокальные дифференциальные и интегральные уравнения.
5. Начально – краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического типа и их связь с нелокальными краевыми задачами для этих же уравнений.
6. Применение матричных интегродифференциальных операторов в постановке и обоснование корректности краевых задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа.
7. Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения. Дробный осциллятор. Смешанная задача для нелокального волнового уравнения. Уравнения параболо – гиперболического типа с нелокальными краевыми условиями и нелокальные параболо – гиперболические уравнения.
8. Дифференциальные уравнения в частных производных с инволютивно отклоняющимися аргументами. Понятие об инволютивном преобразовании. Функциональные и дифференциально – функциональные уравнения относительно функции одной переменной. Проблема корректности задачи Коши.
9. Постановка, решение и обоснование корректности начальных и начально – краевых задач для нелокальных дифференциальных уравнений гиперболического типа с инволютивно преобразованными аргументами и нелокальные постановки корректных задач. Специфика постановки корректных краевых задач для дифференциальных уравнений с инволюциями в аргументах старших производных. Примеры, приложения.